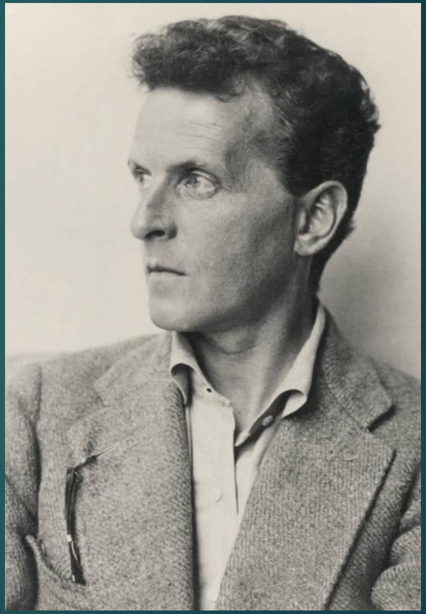
Tablas de Verdad

Tablas de Verdad

Establecen las formas de relación mediante conectores lógicos

Las creó Charles Sanders Peirce

Ludwig Wittgenstein las desarrolla



Tablas de Verdad

Ludwig Wittgenstein las desarrolla como un método que funciona para determinar las condiciones de verdad de una proposición en función de las condiciones de verdad de los elementos que la componen. Estas tablas pueden determinar en qué situaciones un enunciado es falso o bien, cuándo es verdadero.

Originalmente surgieron como un método semántico de análisis, este tipo de métodos acentúan el carácter de necesidad de la lógica. Las tablas funcionan a través de lo que se conoce como método de variación: un aparato que representa todas las maneras en que el mundo puede ser para verificar si la proposición es verdadera en cada una de ellas, por ejemplo, en cada renglón de una tabla de verdad.

Son un dispositivo para demostrar propiedades lógicas y semánticas de proposiciones; se ve si son tautológicas, contradictorias o contingentes.

(Barceló, 2012).

Tablas de Verdad

La lógica proposicional tiene como uno de sus objetivos estudiar las proposiciones, o frases declarativas simples, a los que considera como los elementos básicos de transmisión de conocimiento humano. Una proposición simple o atómica puede definirse de manera informal como una frase que se puede considerar como Falsa o Verdadera y que no puede ser descompuesta en otros frases verdaderas o falsas.

En la sintaxis se utilizan:

- Conectivas: Negación, Conjunción, Disyunción (inclusiva o exclusiva), condicional y Bicondicional.
- Las constantes V y F (verdadero y falso)
- Variables proposicionales (p, q, r…)
- Signos de puntuación: ( ) [ ]

Jerarquía de las conectivas:
Negación
Conjunción y Disyunción
Condicional y Bicondicional

(Labra y Fernández, 1998).

Verdad formal o lógica

Se utiliza el concepto de verdad en dos sentidos: el de verdad empírica y verdad formal. La verdad formal o verdad lógica es la que se determina mediante las tablas de verdad; y es de utilidad posteriormente para determinar si la estructura de un argumento es válida puesto que la validez depende de la forma lógica o bien, de las relaciones entre las premisas y las conclusiones.

Por medio de las tablas de verdad, puede determinarse si las proposiciones que se analizan son una verdad formal o no; de serlo, entonces esa verdad puede ser determinada por métodos lógicos, si no es así, se puede determinar por métodos empíricos.

Las tautologías y las contradicciones son aquellas proposiciones compuestas que son verdades formales o lógicas.

(Zazueta y Cálix, 2013).

Verdad formal o lógica

Tautología:
Proposición compuesta que en la tabla de verdad resulta verdadera en todos los casos no importando cual sea el contenido o valor de verdad de las proposiciones atómicas o simples que la componen.

p	q	p	→	(p v q)
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F

Contradicción:
Es una proposición compuesta que en la tabla de verdad resulta siempre falsa, no importa cual sea el contenido o el valor de verdad de las proposiciones atómicas o simples que la componen.

p	q	(p∧q)	∧	¬p
V	V	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

(Zazueta y Cálix, 2013).

Tablas de Verdad

Tabla de verdad: procedimiento gráfico que permite determinar los posibles valores de verdad de una proposición compuesta, a partir de las combinaciones de los valores de verdad de las proposiciones simples que las componen.

Es una gráfica constituida por columnas y renglones:

→ En las columnas se anotan las letras que representan a las proposiciones simples (variables proposicionales), así como la proposición compuesta que se desea resolver.

→ En los renglones se anota la combinación de posibles valores de verdad (verdadero o falso).

En algunos casos, los valores de verdad se representan como V y F, y en otros, como 1 y 0 (1= verdadero, 0=falso).

(Zazueta y Cálix, 2013).

Construcción de las Tablas de Verdad

PASO 1:

Se hace una columna por cada proposición simple que se tenga, y tantos renglones como combinaciones de valores de verdad correspondan según la fórmula 2^n, en donde n=número de proposiciones.

Tabla para una sola proposición:

	P
1	
2	

$2^1 = 2$ combinaciones

(Zazueta y Cálix, 2013).

Construcción de las Tablas de Verdad

Tabla para dos proposiciones

	P	Q
1		
2		
3		
4		

$2^2 = 4$ combinaciones

Construcción de las Tablas de Verdad

Tabla para tres proposiciones

	P	Q	R
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

$2^3 = 8$ combinaciones

Construcción de las Tablas de Verdad

PASO 2

Se anotan los posibles valores de verdad de las proposiciones simples; empezando por la última columna que contenga proposición simple, se anota de manera alternada primero un valor de Verdadero (V) y después el Falso (F). En la siguiente columna a la izquierda, se anota de manera duplicada la escritura de cada valor y se alterna también de manera duplicada. Se continúa hasta anotar valores en la primera columna.

	P
1	V
2	F

	P
1	V
2	F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Construcción de las Tablas de Verdad

Tabla para dos proposiciones

	P	Q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Construcción de las Tablas de Verdad

Completemos:

	P	Q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Construcción de las Tablas de Verdad

Tabla para tres proposiciones:

	P	Q	R
1	V	V	V
2	V	V	F
3	V	F	V
4	V	F	F
5	F	V	V
6	F	V	F
7	F	F	V
8	F	F	F

Construcción de las Tablas de Verdad

Completemos:

	P	Q	R
1	V	V	V
2	V	V	F
3	V	F	V
4	V	F	F
5	F	V	V
6	F	V	F
7	F	F	V
8	F	F	F

Conectivas lógicas

Las conectivas lógicas son expresiones que sirve para formar o construir proposiciones compuestas, cuyo valor de verdad es una función del valor de verdad de las expresiones constituyentes.

1. NEGACIÓN:

La negación es una conectiva que invierte el valor de verdad de la proposición original que ésta niega; si la proposición original es verdadera, la proposición que la niega será falsa. Se utilizan símbolos como los siguientes: ¬, ~. Se ponen antes de la proposición a negar.

Hacer deporte es saludable	Hacer deporte no es saludable
Verdadera	Falsa
Falsa	Verdadera

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

1. NEGACIÓN:

La proposición "hacer deporte es saludable" se sustituye por la variable proposicional P

Hacer deporte es saludable	**Hacer deporte no es saludable**
p	¬p
Verdadera	Falsa
Falsa	Verdadera

Tabla de la negación:

p	**¬p**
V	F
F	V

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

1. NEGACIÓN:

Capacitarte mejorará tu desempeño laboral	Capacitarte no mejorará tu desempeño laboral
Verdadera	Falsa
Falsa	Verdadera

Verdadera	Falsa
Falsa	Verdadera

Conectivas lógicas

2. CONJUNCIÓN:

Es un enunciado compuesto, su conectividad define a un enunciado compuesto como verdadero, **únicamente si ambas proposiciones a las que une son verdaderas al mismo tiempo.**

Recordamos: una proposición lógica admite dos valores de verdad "Verdadera" "Falsa". Si tenemos dos proposiciones, utilizamos la fórmula 2^n, en este caso $2^2 = 4$ combinaciones.

El deporte es saludable	El deporte es disciplina	El deporte es salud y el deporte es disciplina
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

2. CONJUNCIÓN:

Se sustituyen las proposiciones anteriores por las variables proposicionales P y Q, y entre ellas colocamos el símbolo: ∧ o el símbolo •.

El deporte es saludable	El deporte es disciplina	El deporte es salud y el deporte es disciplina
p	**q**	**(P ∧ Q)**
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**F**
F	**F**	**F**

Tabla de la conjunción

p	q	(P ∧ Q)
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**F**
F	**F**	**F**

Conectivas lógicas

2. CONJUNCIÓN:

La justicia es ciega	La justicia es imparcial	La justicia es ciega y la justicia es imparcial. La justicia es ciega e imparcial
p	q	(P ∧ Q)
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

3. DISYUNCIÓN INCLUSIVA:

Un enunciado disyuntivo es aquel que afirma la posibilidad de que al menos uno de los dos disyuntos sea verdadero; si incluye la posibilidad de que ambos sean verdaderos, se le conoce como inclusiva:

Regla: Una proposición inclusiva únicamente es falsa cuando ambos disyuntos son falsos.

El deporte es saludable	El deporte es disciplina	El deporte es saludable o el deporte es disciplina
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

3. DISYUNCIÓN INCLUSIVA

Se sustituyen las proposiciones anteriores por las variables proposicionales P y Q, y entre ellas colocamos el símbolo: v

El deporte es saludable	**El deporte es disciplina**	**El deporte es salud y el deporte es disciplina**
p	**q**	**(P v Q)**
V	**V**	**V**
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	**F**	**F**

Tabla de la conjunción

p	**q**	**(P v Q)**
V	**V**	**V**
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	**F**	**F**

Conectivas lógicas

3. DISYUNCIÓN INCLUSIVA

El agua está fría	El agua está caliente	El agua está fría o caliente
p	**q**	**(P v Q)**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivas lógicas

3. DISYUNCIÓN EXCLUSIVA:

Un enunciado disyuntivo es aquel que afirma la posibilidad de que al menos uno de los dos disyuntos sea verdadero; si excluye la posibilidad de que los dos disyuntos sean verdaderos o falsos al mismo tiempo, se conoce como exclusiva.

Regla: Cuando ambos son verdaderos o falsos, la disyunción exclusiva es falsa

El león es un mamífero	El león es un reptil	El león es un mamífero o el león es un reptil
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

3. DISYUNCIÓN EXCLUSIVA

Se sustituyen las proposiciones anteriores por las variables proposicionales P y Q, y entre ellas colocamos el símbolo: v

Mi mascota es un mamífero	Mi mascota es un reptil	Mi mascota es un mamífero o un reptil
p	q	(P v Q)
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabla de la conjunción

p	q	(P v Q)
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivas lógicas

3. DISYUNCIÓN EXCLUSIVA

La salud requiere de un esfuerzo	La salud requiere de una buena alimentación	La salud requiere de un esfuerzo o de una buena alimentación
p	**q**	**(P v Q)**
V	**V**	**F**
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	**F**	**F**

Conectivas lógicas

4. CONDICIONAL:

Un enunciado condicional afirma que, si el antecedente o condición es verdadero, entonces el consecuente también debe serlo; de lo contrario, será falso. Es suficiente con que se cumpla una condición para que la otra se siga de manera necesaria.

Los enunciados condicionales tienen dos condiciones: una condición suficiente -antecedente- y otra necesaria -consecuente-.

"Si llueve": antecedente

"El patio se moja": consecuente

"Si llueve, entonces el patio se moja".

Aunque la oración se invierta de la siguiente manera: "El patio se moja si llueve", el antecedente sigue siendo "si llueve", esta es la condición para que el patio se moje.

Regla: Una condicional será falsa únicamente cuando el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

4. CONDICIONAL

Regla: Una condicional será falsa únicamente cuando el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

Llueve	El patio se moja	Si llueve, entonces el patio se moja
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Conectivas lógicas

4. CONDICIONAL

Se sustituyen las proposiciones anteriores por las variables proposicionales P y Q, y entre ellas colocamos el símbolo: →

Llueve	El patio se moja	Si llueve el patio se moja
p	**q**	**(P → Q)**
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**V**
F	**F**	**V**

Tabla de la conjunción

p	q	(P → Q)
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**V**
F	**F**	**V**

Conectivas lógicas

4. CONDICIONAL

Regla: Una condicional será falsa únicamente cuando el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

se emite la convocatoria	Hay elección	Si se emite la convocatoria, entonces hay elección
p	**q**	**(P → Q)**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Conectivas lógicas

5. BICONDICIONAL

Un enunciado bicondicional afirma que las proposiciones condicionales que componen el enunciado tienen el mismo valor de verdad; las dos son falsas o las dos son verdaderas.

Regla: el bicondicional es verdadero cuando ambas proposiciones son verdaderas, o ambas son falsas.

"Un animal es mamífero si y solo si no es ovíparo"

Un juez es justo P	No prevarica Q	Un juez es justo si y sólo si no prevarica ($P \equiv Q$)
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

(Zazueta y Cálix, 2013).

Conectivas lógicas

5. BICONDICIONAL

Se sustituyen las proposiciones anteriores por las variables proposicionales P y Q, y entre ellas colocamos el símbolo: ≡

Un animal es mamífero	No es ovíparo	Un animal es mamífero si y solo si no es ovíparo
p	**q**	**(P ≡ Q)**
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**F**
F	**F**	**V**

Tabla del bicondicional

p	q	(P ≡ Q)
V	**V**	**V**
V	**F**	**F**
F	**V**	**F**
F	**F**	**V**

P	•	Q
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	F	F

Conjunción

“y”

“P y Q”

P	$\vee$	Q
V	V	V
V	V	F
F	V	V
F	F	F

Disyunción

“o”

“P o Q”

o, ambas

Inclusiva

P	$\mathcal{S}$	Q
V	F	V
V	V	F
F	V	V
F	F	F

Exclusión

“o”

“P o Q”

Pero no, ambas

“P o Q”

Exclusiva

P	$\equiv$	Q
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	V	F

Bicondicional

"Si y sólo si"

"P entonces Q"

A	→	C
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

Condicional

Necessitas

"Si ________
Entonces____"

Resolución de tablas de verdad

PASO 3:

Resolución de tablas de verdad. Debemos corroborar que nuestra proposición esté bien formulada, que se distinga bien la conectiva principal del resto de las conectivas. La conectiva principal une a dos partes como un todo, sin embargo, estas partes pueden ser a su vez simples o bien estar compuestas también.

Primero se debe calcular el valor de verdad de las partes debido a que la verdad del todo depende de la verdad de las partes.

1. Primero identificamos cuántas variables proposicionales tiene la proposición, una vez identificadas, determinamos el número de renglones y de columnas siguiendo la fórmula 2^n, en donde n=número de proposiciones.

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

Usaremos como ejemplo la siguiente proposición compuesta:

(P ∧ Q) → R

1. Primero identificamos cuántas variables proposicionales tiene la proposición, una vez identificadas, determinamos el número de renglones y de columnas siguiendo la fórmula 2^n, en donde n=número de proposiciones.

Son tres variables proposicionales, por lo que, de inicio, nuestra tabla deberá contar con tres columnas y 8 renglones. Añadimos tres columnas más para repetir las variables proposicionales y añadimos dos más, para la resolución de los conectores.

p	q	r	(p	∧	q)	→	r

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

Usaremos como ejemplo la siguiente proposición compuesta:

(P ∧ Q) → R

2. Anotamos los valores de verdad de cada variable
3. Se transfieren los valores de verdad a las variables en la proposición

p	q	r	(p	∧	q)	→	r
V	V	V	V		V		V
V	V	F	V		V		F
V	F	V	V		F		V
V	F	F	V		F		F
F	V	V	F		V		V
F	V	F	F		V		F
F	F	V	F		F		V
F	F	F	F		F		F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

(P ∧ Q) → R

3. Se calculan los valores de verdad de las conectivas de las proposiciones compuestas que están unidas por paréntesis; se anotan debajo del símbolo de la conectiva. Puede utilizarse la tabla de verdad de la conectiva como guía para resolverlo.

p	q	r	(p	∧	q)	→	r
V	V	V	V	V	V		V
V	V	F	V	V	V		F
V	F	V	V	F	F		V
V	F	F	V	F	F		F
F	V	V	F	F	V		V
F	V	F	F	F	V		F
F	F	V	F	F	F		V
F	F	F	F	F	F		F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

(P ∧ Q) → R

4. Una vez que tenemos los valores de verdad de la primera conectiva, en este caso una conjunción, resolvemos la siguiente conectiva, es decir, la condicional. El resultado de la condicional se obtiene aplicando la tabla de verdad de la condicional a los valores de verdad en la columna de la conjunción y la columna de la última variable proposicional.

p	q	r	(p	∧	q)	→	r
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	F
V	F	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	F	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V
F	F	F	F	F	F	V	F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

(P ∧ Q) → R

Resolvamos:

p	q	r	(p	∧	q)	→	r

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

EJEMPLO: [p ∧ (q → r)] v p

Primero, determinamos las variables proposicionales: p, q, r. Se repiten en la proposición.

Entonces, tendremos $2^3 = 8$ combinaciones, 8 renglones.

Tendremos 10 columnas:

p	q	r	[p	∧	(q	→	r)]	v	p

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

EJEMPLO: [p ∧ (q → r)] v p

Primero, escribimos debajo de cada variable proposicional sus valores de verdad y los transferimos a las variables en la fórmula.

p	q	r	[p	∧	(q	→	r)]	v	p
V	V	V	**V**		**V**		**V**		**V**
V	V	F	**V**		**V**		**F**		**V**
V	F	V	**V**		**F**		**V**		**V**
V	F	F	**V**		**F**		**F**		**V**
F	V	V	**F**		**V**		**V**		**F**
F	V	F	**F**		**V**		**F**		**F**
F	F	V	**F**		**F**		**V**		**F**
F	F	F	**F**		**F**		**F**		**F**

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

EJEMPLO: [p ∧ (q → r)] v p

Siguiendo la jerarquía de operaciones, primero se resuelven aquellas proposiciones que están entre paréntesis, corresponde, en nuestro caso, a la condicional.

p	q	r	[p	∧	(q	→	r)]	v	p
V	V	V	V		V	V	V		V
V	V	F	V		V	F	F		V
V	F	V	V		F	V	V		V
V	F	F	V		F	V	F		V
F	V	V	F		V	V	V		F
F	V	F	F		V	F	F		F
F	F	V	F		F	V	V		F
F	F	F	F		F	V	F		F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

EJEMPLO: [p ∧ (q → r)] v p

Posteriormente, siguiendo la jerarquía de operaciones, se resuelve la proposición que está entre corchetes; corresponde, en nuestro caso, a la conjunción.

p	q	r	[p	∧	(q	→	r)]	v	p
V	V	V	V	V	V	V	V		V
V	V	F	V	F	V	F	F		V
V	F	V	V	V	F	V	V		V
V	F	F	V	V	F	V	F		V
F	V	V	F	F	V	V	V		F
F	V	F	F	F	V	F	F		F
F	F	V	F	F	F	V	V		F
F	F	F	F	F	F	V	F		F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

EJEMPLO: [p ʌ (q → r)] v p

Por último, se determina el valor de verdad de la conectiva principal, fuera de los paréntesis y los corchetes, en nuestro caso, la disyunción (inclusiva) Se resuelve tomando los valores de la conjunción y de la última variable proposicional.

p	q	r	[p	ʌ	(q	→	r)]	v	p
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V	F	F
F	V	F	F	F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	V	V	F	F
F	F	F	F	F	F	V	F	F	F

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos: [p ∧ (q → r)] v p

p	q	r	[p	∧	(q	→	r)]	v	p

(Zazueta y Cálix, 2013).

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos:

[(p → q) ∧ q] → p

p	q	[(p	→	q)	∧	q]	→	p

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos:

[(p v q) ∧ ¬p] → q

p	q	[(p	v	q)	∧	¬p	→	q
V	V	V	V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	V	V	F

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos:

$[p \rightarrow (q \vee r)] \equiv [(p \wedge r) \rightarrow \neg q]$

p	q	r	[p	→	(q	v	r)]	≡	[(p	∧	r)	→	¬q

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos:

p → (p v q)

p	q	p	→	(p	v	q)
V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F
F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	F

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos:

(p ∧ q) ∧ ¬p

p	q	(p	∧	q)	∧	¬p
V	V	V	V	V	F	F
V	F	V	F	F	F	F
F	V	F	F	V	F	V
F	F	F	F	F	F	V

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos:

p	q	¬	(¬p	→	¬q)

Resolución de tablas de verdad

Resolvamos:

(p	→	¬q)	v	(q	→	¬r)

Referencias

Barceló, A. (2012). Introducción a la lógica intensional, Lógica temporal proposicional. [apuntes de clase]. Recuperado de: http://www.filosoficas.unam.mx/~abarcelo/INTENSIONAL/2012/260312.pdf

Labra, J., Fernández, A. (1998). Resolución proposicional. [apuntes de los autores]. Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Informática de Oviedo. Recuperado de: http://di002.edv.uniovi.es/~labra/FTP/LPROP.pdf

Zazueta, L., Cálix, C. (2013). Lógica II (5ª ed). México: Unidad Autónoma de Sinaloa.